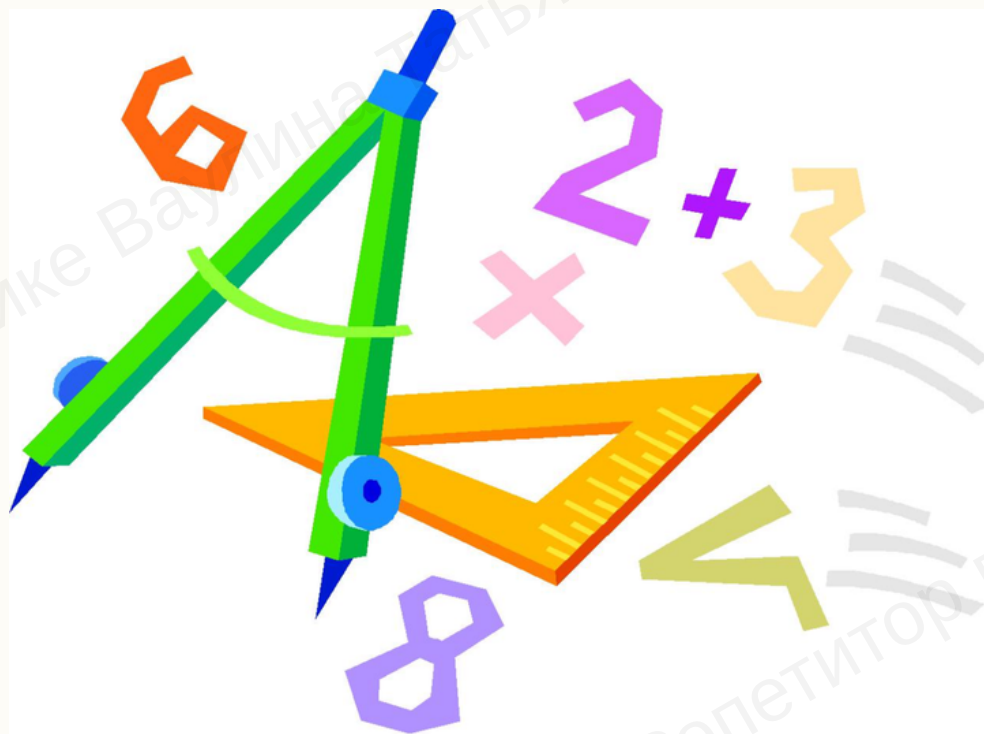
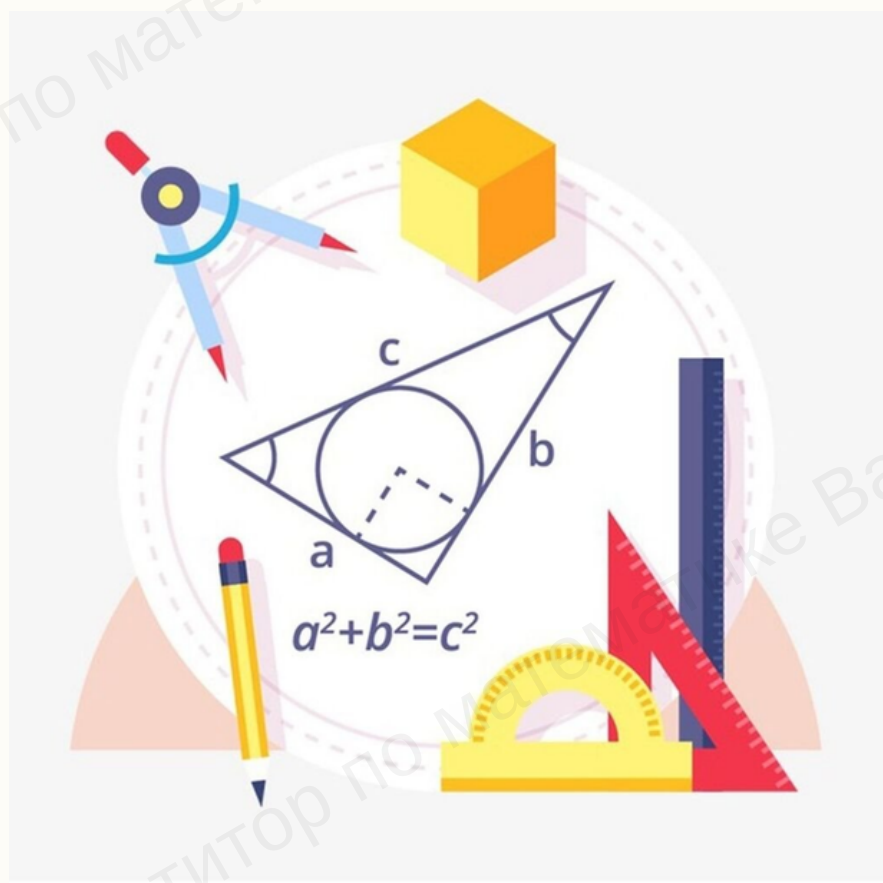


2025/
2026



РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Планиметрия
Треугольники
Подготовка к
ОГЭ



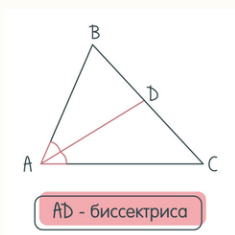
**Ваулина
Татьяна**

БИСЕКТРИСА, МЕДИАНА, ВЫСОТА

Б

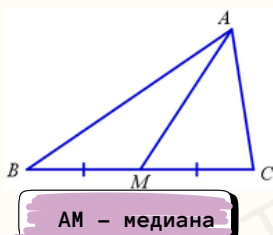
Биссектриса

отрезок, который соединяет вершину треугольника с противоположной стороной и делит угол при этой вершине на два равных угла

**М**

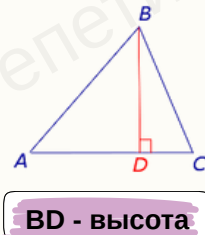
Медиана

отрезок, который соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны

**В**

Высота

отрезок, который соединяет вершину треугольника с противоположной стороной; проводится под углом 90 градусов



Задание 1

Распредели чертежи по соответствующим полям

Б

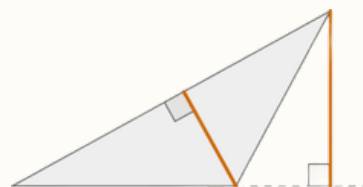
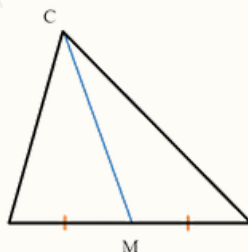
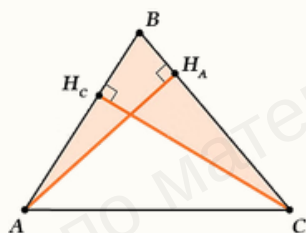
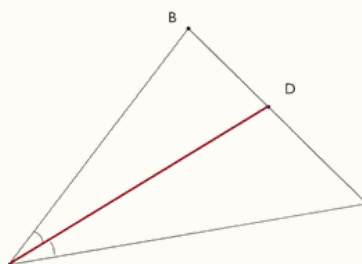
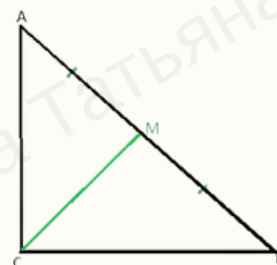
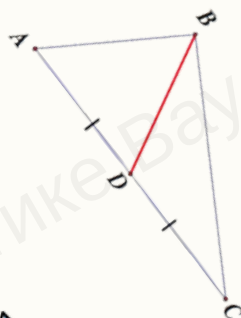
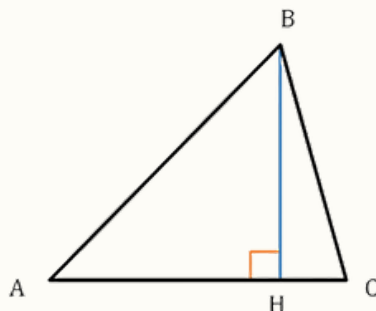
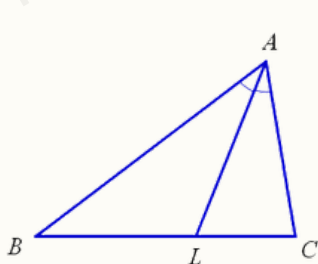
Биссектриса

М

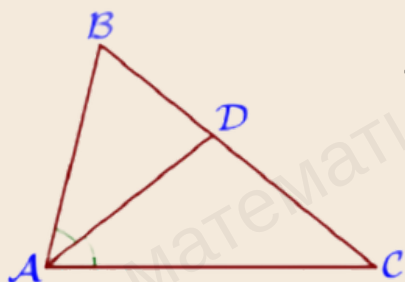
Медиана

В

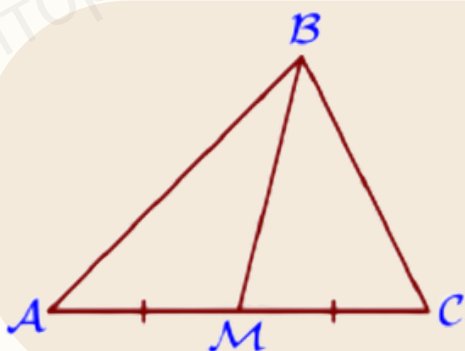
Высота



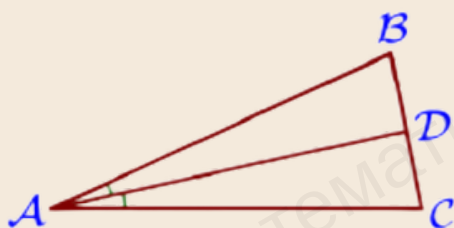
ПРАКТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 68^\circ$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.



В треугольнике ABC, известно, что $AC = 14$, BM – медиана, $BM = 10$. Найдите AM.



В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 26^\circ$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.

ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ

ВСТАВЬ ПРОПУЩЕННЫЕ СЛОВА

Биссектриса – это ..., который соединяет вершину треугольника с ... стороной и делит угол при этой вершине на ... равных угла

... – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой ... стороны

... – перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на прямую, содержащую противоположную сторону (основание)

Что такое перпендикуляр?

ОТВЕТЫ: 34, 7, 13.

ТЕОРЕМА О СУММЕ УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

Теорема

Сумма углов треугольника

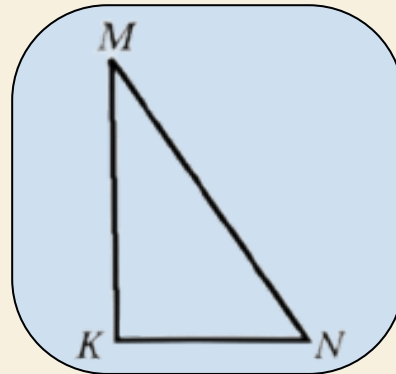
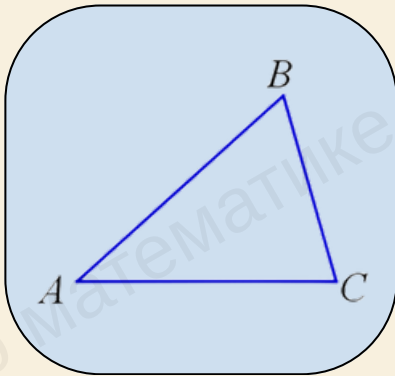
Сумма углов любого треугольника равна 180° .



$$1 + 2 + 3 = 180$$

Задание 2

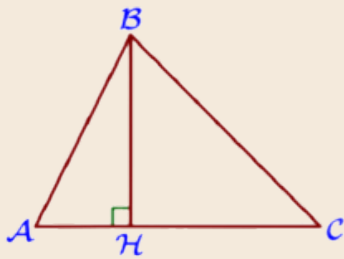
Прочти название всех трех углов треугольника, используя 3 буквы



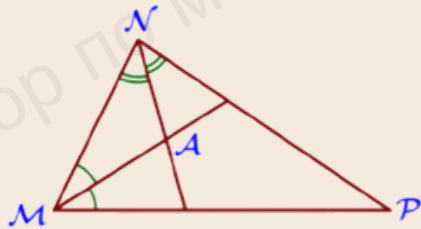
ПРАКТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



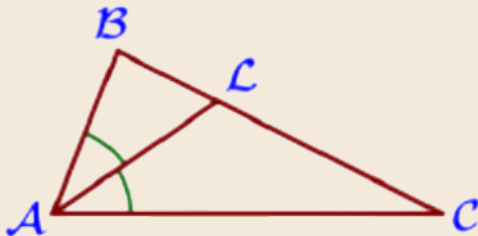
В треугольнике два угла равны 72° и 42° .
Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.



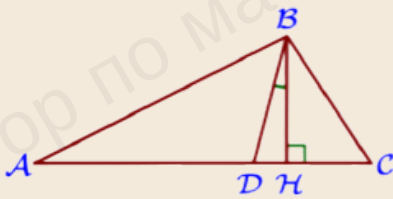
В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, $\angle BAC = 46^\circ$. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.



Биссектрисы углов N и M треугольника MNP пересекаются в точке A. Найдите $\angle NAM$, если $\angle N = 84^\circ$, а $\angle M = 42^\circ$.



В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, $\angle ALC$ равен 148° , $\angle ABC$ равен 132° . Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



В треугольнике ABC углы A и C равны 20° и 60° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD.

ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ

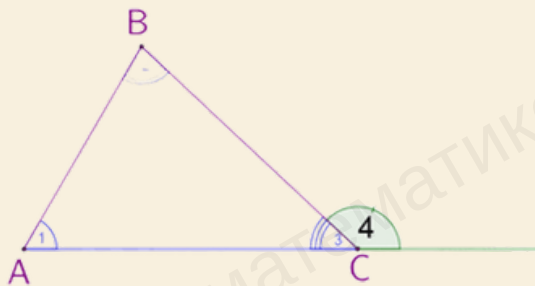
ОТВЕТЬ НА ВОПРОСЫ УСТНО

Чему равна сумма всех углов треугольника?

В прямоугольном треугольнике один из острых углов равен 25° . Чему равен второй острый угол?

ОТВЕТЫ: 66, 44, 117, 16, 20

ВНЕШНИЙ УГОЛ ТРЕУГОЛЬНИКА



$\angle 4$ – внешний угол треугольника ABC

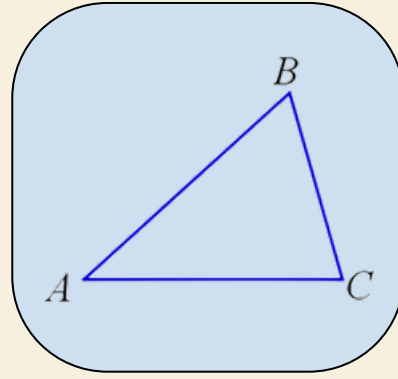
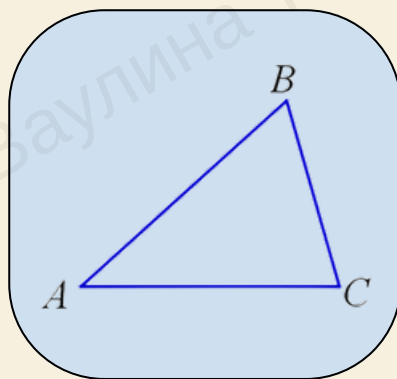
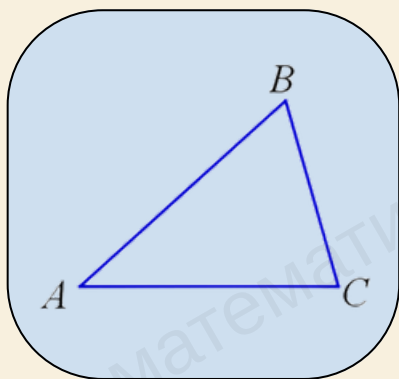
$$\angle 4 = 180^\circ - \angle 3$$

Внешний угол треугольника – это угол, смежный с одним из углов треугольника.

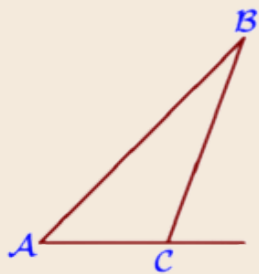
Внешний угол равен разности между 180° и его внутренним углом, смежным с ним

Задание 3

Построить внешний угол для каждого из углов треугольника ABC



ПРАКТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



В треугольнике ABC угол C равен 115° . Найдите внешний угол при вершине C. Ответ дайте в градусах.

ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ

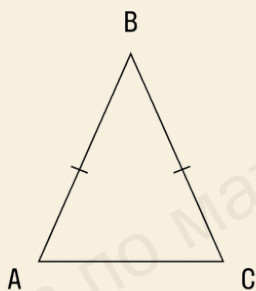
ОТВЕТЬ НА ВОПРОСЫ УСТНО

Объясни, как посчитать градусную меру внешнего угла и почему именно так.

ОТВЕТ: 65

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Определение



$$AB = BC$$

Равнобедренным называется треугольник, у которого две стороны равны.

ПРИЗНАКИ РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Если у треугольника два угла равны, то этот треугольник — равнобедренный.

Если биссектриса треугольника совпадает с его медианой, проведенной из того же угла, то такой треугольник равнобедренный.

Если высота треугольника совпадает с его биссектрисой, проведенной из того же угла, то такой треугольник — равнобедренный.

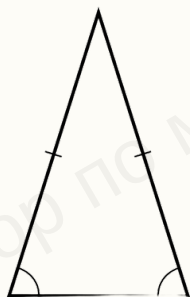
Если высота треугольника совпадает с его медианой, проведенной из того же угла, то такой треугольник — равнобедренный.

СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

1

Теорема 1

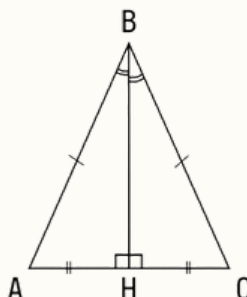
В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.



2

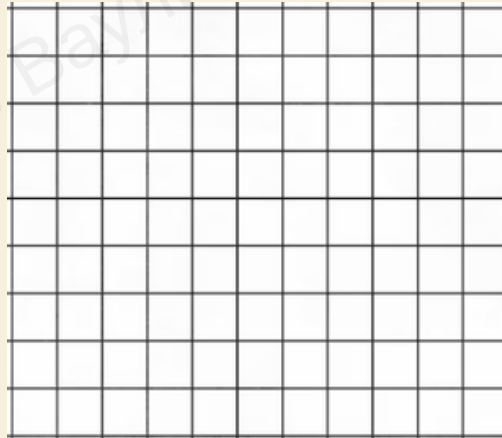
Теорема 2

В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой.



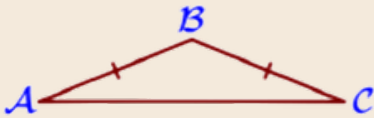
Задание 4

Построить равнобедренный треугольник, опустить медиану на основание

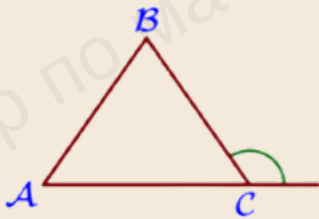


ПРАКТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

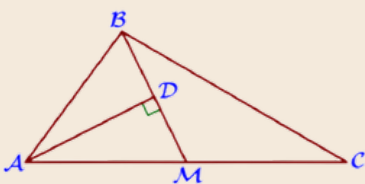
В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle ABC = 132^\circ$.
Найдите угол BCA . Ответ дайте в градусах.

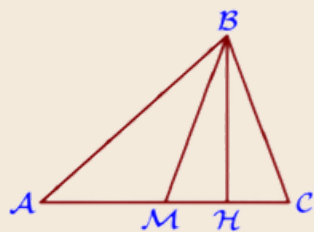


В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 129° . Найдите величину угла ABC .
Ответ дайте в градусах.

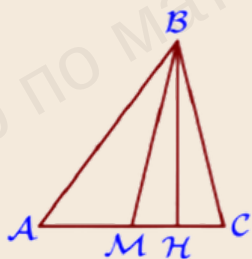


Прямая AD , перпендикулярная медиане BM треугольника ABC , делит её пополам. Найдите сторону AB , если сторона AC равна 10.





В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH. Известно, что $AC=2$ и $BC=BM$. Найдите AH.



В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH. Известно, что $AC=236$, $HC=59$ и $\angle ABC=75^\circ$.

Найдите $\angle AMB$. Ответ дайте в градусах.

ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ

ОТВЕТЬ НА ВОПРОСЫ

Что такое равнобедренный треугольник?

Как называются равные стороны в равнобедренном треугольнике?

Как называется сторона равнобедренного треугольника, не равная двум другим?

Биссектриса, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, является также: ... ?

Чему равен угол при вершине равнобедренного треугольника, если угол при основании равен 45° ?

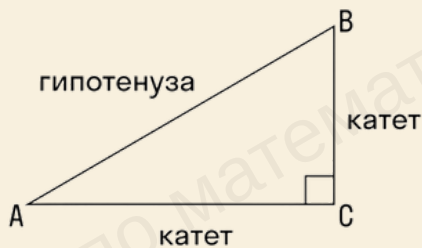
Какое свойство углов верно для равнобедренного треугольника?

1. Все углы равны между собой
2. Углы при основании равны между собой
3. Один из углов всегда равен 90°
4. Сумма углов равна 180°

ОТВЕТЫ: 24; 78; 5; 1,5; 105.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Определение



Прямоугольным называется треугольник, у которого один из углов прямой, т.е. равен 90° .

В прямоугольном треугольнике стороны имеют свои названия. Так, сторона, лежащая напротив прямого угла, называется гипотенузой, две остальные – катеты.

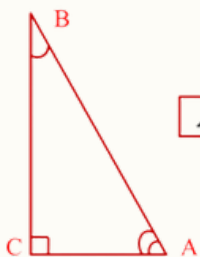
Гипотенуза – самая длинная сторона прямоугольного треугольника, т. к. лежит напротив большего угла.

СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

1

Теорема 1

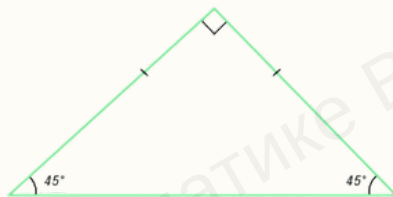
Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .



2

Теорема 2

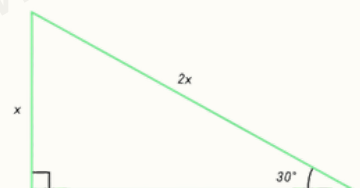
Если в прямоугольном треугольнике один из углов равен 45° , то такой треугольник равнобедренный.



3

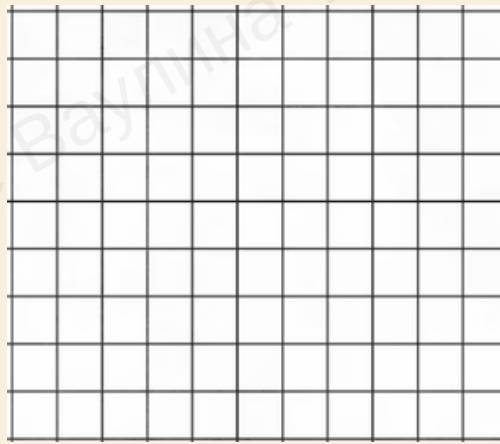
Теорема 3

Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла 30° , равен половине гипотенузы.



Задание 5

Построить прямоугольный треугольник, опустить высоту на гипотенузу



ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Теорема

Теорема Пифагора

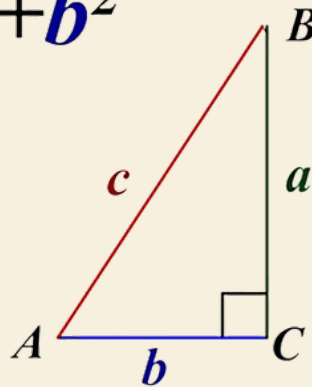
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

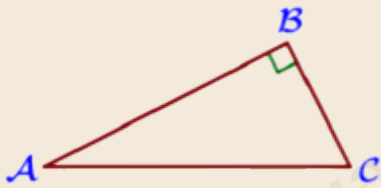


Задание 6

Мама около дома создаёт новую цветочную клумбу. Она хочет, чтобы клумба имела форму прямоугольника со сторона 8 м и 15 м. Чтобы проверить, имеет ли клумба прямоугольную форму, можно измерить длину её диагонали. Вычисли, чему должна быть равна диагональ.



ПРАКТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



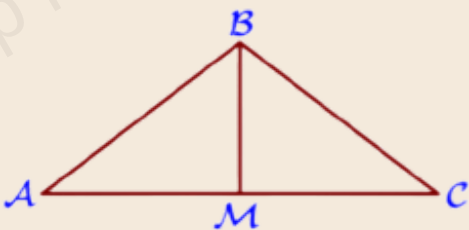
Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 21° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.



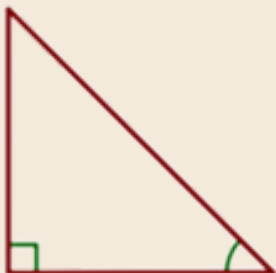
Катеты прямоугольного треугольника равны 7 и 24. Найдите гипотенузу этого треугольника.



В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 7 и 25 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.



В треугольнике ABC $AB=BC=91$, $AC=168$. Найдите длину медианы BM.



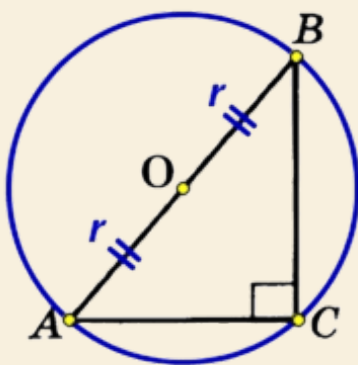
В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, а угол, лежащий напротив него равен 45° . Найдите площадь треугольника.

ОТВЕТЫ: 69; 25; 24; 35; 8

Теорема

Окружность, описанная около прямоугольного треугольника

Около прямоугольного треугольника всегда можно описать окружность, при этом гипотенуза будет являться диаметром окружности.



ПРАКТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



В треугольнике ABC известно, что $AC=6$, $BC=8$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



В треугольнике ABC известно, что $AC=12$, $BC=5$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

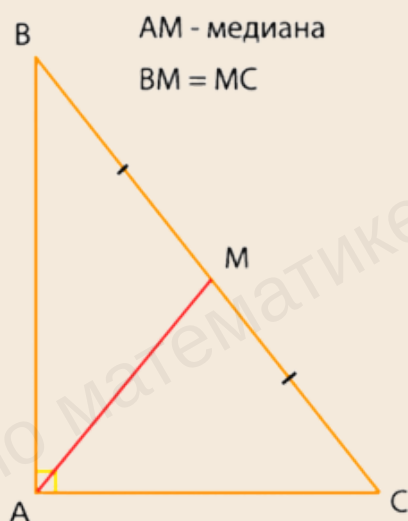
ОТВЕТЫ: 5; 6,5.

ТЕОРЕМА О МЕДИАНЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Теорема

Медиана, опущенная из прямого угла

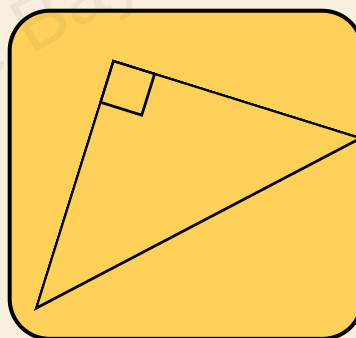
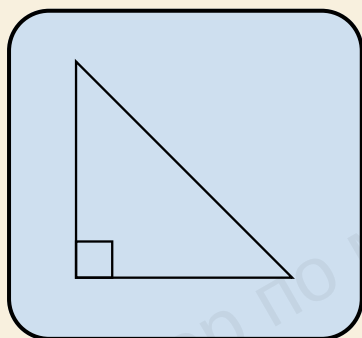
В прямоугольном треугольнике медиана, опущенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы



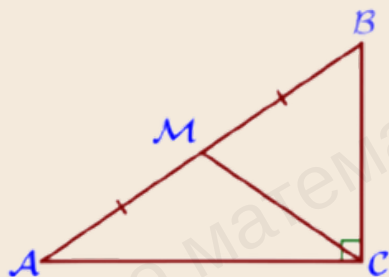
По теореме
 $AM = BC : 2$

Задание 7

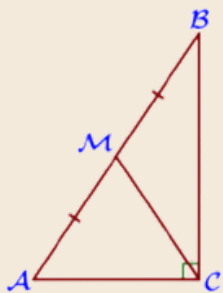
Построй медиану из вершины прямого угла



ПРАКТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



В треугольнике ABC угол C равен 90° ,
M – середина стороны AB, $AB = 26$, $BC = 18$.
Найдите CM.



В треугольнике ABC угол C равен 90° ,
M – середина стороны AB, $AB = 42$, $BC = 30$.
Найдите CM.

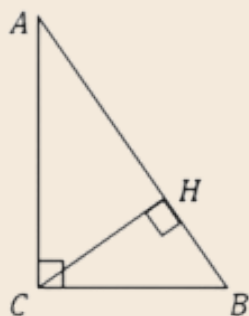
ОТВЕТЫ: 13; 21

ТЕОРЕМА О ВЫСОТЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Теорема

Медиана, опущенная из прямого угла

В прямоугольном треугольнике квадрат высоты, проведенной из вершины прямого угла к гипотенузе, равен произведению отрезков, на которые высота делит гипотенузу

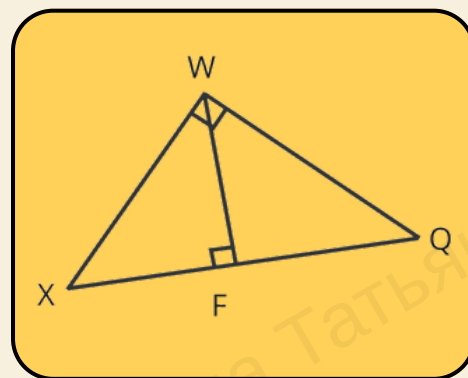
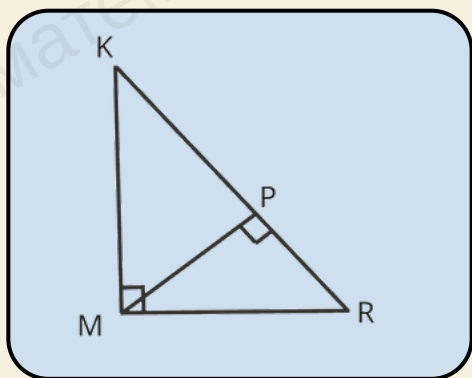


$$CH^2 = AH \cdot BH$$

$$CH = \sqrt{AH \cdot HB}$$

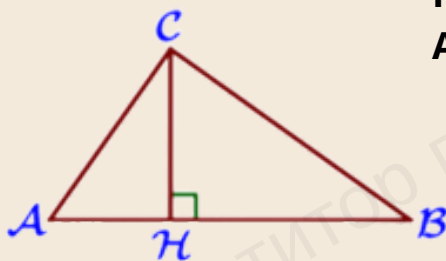
Задание 8

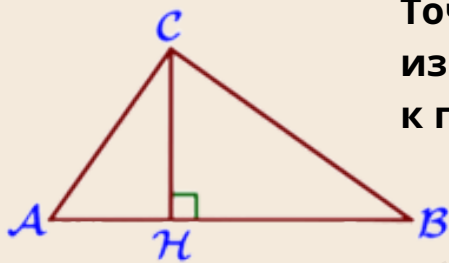
Составь формулу для представленных ниже рисунков



ПРАКТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, $AH = 4$, $BH = 16$. Найдите CH.





Точка Н является основанием высоты, проведенной из вершины прямого угла В треугольника ABC к гипотенузе AC. Найдите АВ, если $AH = 8$, $AC = 32$.

ОТВЕТЫ: 8; 16.

ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ

ВЫЧЕРКНИ ЛИШНИИ СЛОВА

Если один из углов треугольника (*тупой, острый, прямой*), то треугольник называется прямоугольным.

Сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла, называется (*гипотенузой, катетом*)

В прямоугольном треугольнике гипотенуза (*меньше, больше, равна*) катету.

Сторона треугольника, прилежащая к прямому углу, называется (*гипотенузой, катетом*).

Если два угла треугольника равны, то треугольник (*равнобедренный, прямоугольный, тупоугольный, остроугольный*).

ЗАКОНЧИТЕ ФОРМУЛИРОВКУ

Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна

Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен ... гипотенузы.

В прямоугольном треугольнике катет, лежащий напротив угла в 30° , равен 10. Чему равна гипотенуза этого треугольника?